Proposta de Resolução do Exame de **M**atemática **A**plicada às **C**iências **S**ociais

Cód. 835 - 2ª Fase 2011

1. Da análise da tabela com os resultados da votação, é possível observar que a primeira preferência mais votada é a cidade de Braga. De facto:

Braga – 8 primeiras preferências;

Lamego – 6 primeiras preferências;

Amarante – 7 primeiras preferências.

Procede-se de seguida à aplicação do método de contagem de Borda:

Braga: $8 \times 3 + 6 \times 1 + 4 \times 1 + 3 \times 2 = 40$ pontos

Lamego: $8 \times 2 + 6 \times 3 + 4 \times 2 + 3 \times 1 = 45$ pontos

Amarante: $8 \times 1 + 6 \times 2 + 4 \times 3 + 3 \times 3 = 41$ pontos

Após a aplicação do Método de Borda, a cidade escolhida será Lamego com um total de 45 pontos e não Braga a que reúne o maior número de primeiras preferências.

2. Calculam-se de seguida o valor global e a proporção justa de cada jovem:

	Manuel	José	Paulo
Participação	40%	30%	30%
Valor Global	140+800+580 1520	120+700+700 1520	180+600+500 1280
Proporção justa	608	456	384

Da análise dos dados do enunciado pode fazer-se a seguinte atribuição dos bens:

Máquina Fotográfica – Paulo

Televisor – Manuel

Consola de Jogos – José

Podemos de seguida apurar o valor recebido (na forma de bens), a diferença para a proporção justa, o excesso e a respectiva distribuição.

	Manuel	José	Paulo
Proporção justa	608	456	384
Valor recebido	800	700	180
Diferença	192	244	-204

Excesso =192+244-204= 232

Distribuição	=232*0,4 92,8	=232*0,3 69,6	=232*0,3 69,6
Total	=192-92,8 99,2 Televisor	=244-69,9 174,4 Consola	=204+69,9 -273,6 Máq. Fotográfica

Assim o Manuel recebe o televisor e paga 99,20 €; o José recebe a consola de jogos e paga 174,40€ e o Paulo recebe a máquina fotográfica e 273,60€.

Nenhum dos jovens terá direito a reclamar porque o valor total recebido por cada um deles é, em todos os casos, superior à sua avaliação total do prémio:

- Manuel: recebeu o televisor (avaliado por 800€) e pagou 99,2€, recebendo um valor total de 700,80 €, sendo a sua proporção justa de 608€.
- José: recebeu a Consola de jogos (avaliada por 700€) e pagou 174,40 €, recebendo um valor total de 525,60 €, sendo a sua proporção justa de 456€.
- Paulo: recebeu a máquina fotográfica (avaliada por 180€) e mais 273,60 €, recendo um valor total de 453,60 €, sendo a sua proporção justa de 384 €.

3.1. Analisando a tabela 3 é possível perceber que o valor acumulado em cada mês não aumenta de forma linear pelo que o juro será composto. Determinando o valor do acréscimo e a percentagem relativamente ao ano anterior obtemos um valor de 2,5 % para o juro:

$$A_1 - A_0 = 25625 - 25000 = 625$$

$$\frac{625 \times 100}{2500} = 2,5$$

Assim é possível determinar o valor acumulado para os 3 anos seguintes multiplicando o valor do ano anterior por 1,025:

Evolução do empréstimo do Sr. Jerónimo (instituição A)	An	
A4: Capital acumulado no final de 2008		27595,32
A5: Capital acumulado no final de 2009	=27595,32x1,025	28285,20
A6: Capital acumulado no final de 2010	=28285,20x1,025	28992,33
A7: Capital acumulado no final de 2011	=28992,33x1,025	29717,14

Ou seja, no final de 2011 o senhor Jerónimo terá um capital acumulado de aproximadamente 29 717 €.

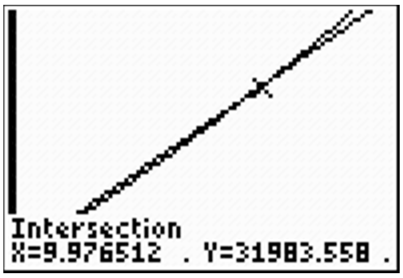
3.2. De acordo com a resposta anterior, relativamente à instituição A, a expressão que dá o montante acumulado *n* anos após 2010, é:

$$A_n = 25000 \times 1{,}025^n$$

Para a instituição B, podemos observar que o montante acumulado aumenta 700 € em cada ano, logo trata-se de um modelo dado por uma expressão linear de declive 700 que intersecta o eixo das ordenadas no ponto (0, 25000):

$$B_n = 25000 + 700n$$

A representação das funções com a expressão analítica relativos aos modelos apresentados na janela de visualização correspondente a um período de 15 anos (x_{Min}= 0; x_{Max}=15; y_{Min}=25000; y_{Max}=35000) é a seguinte:



Pela determinação da intersecção das linhas que representam os gráficos dos dois modelos, é possível afirmar que a situação A será mais vantajosa a partir do final do 10º ano. O que se pode comprovar recorrendo à representação tabelar dos modelos:

X	Y_1	Y_2
6	29200	28992
7	29900	29717
8	30600	30460
9	31300	31222
10	32000	32002
11	32700	32802
12	33400	33622

X=10

3.3.1 Os percursos, sem repetição de vértices, com início no vértice A e que passam em seguida pelo vértice D são:

ADBCEA

ADBECA

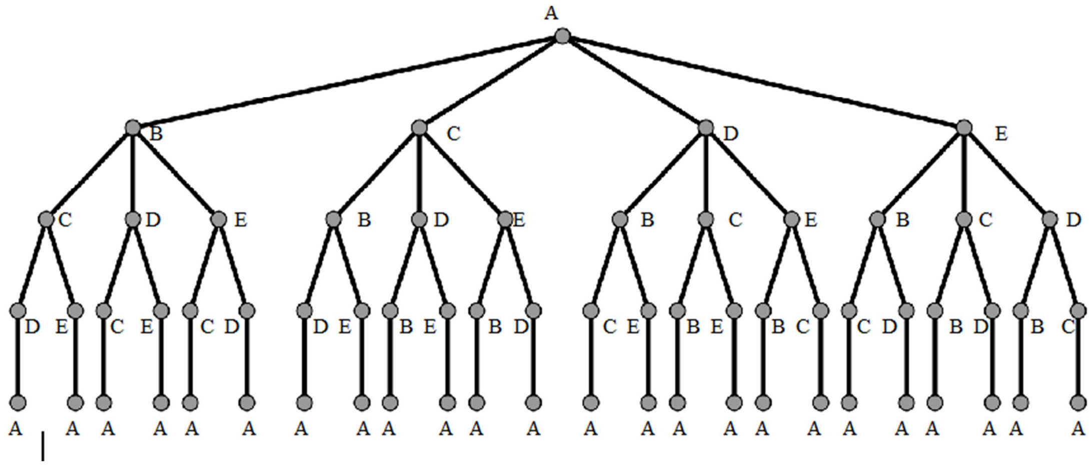
ADCBEA

ADCEBA

ADEBCA

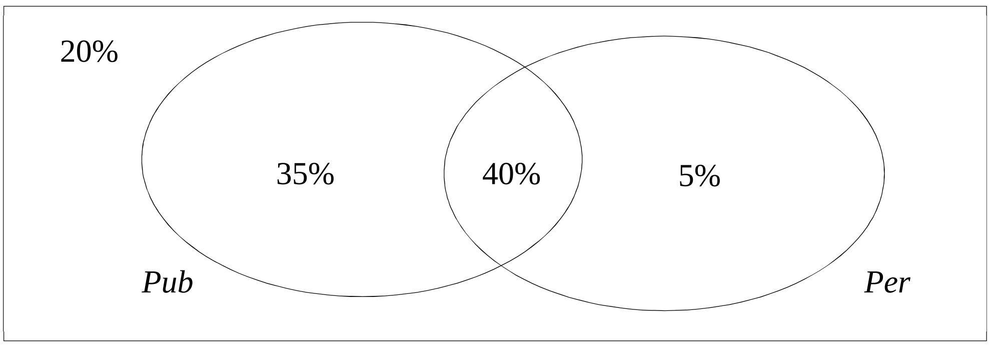
ADECBA

3.3.2 Recorrendo a um diagrama d3 árvore é possível analisar a totalidade dos percursos:



Da construção do diagrama resulta um total de 24 percursos possíveis. Como metade dos percursos correspondem à outra metade percorridos no sentido oposto, o Miguel pode organizar exactamente 12 voltas distintas.

4.1. Representando por *Pub* representa o conjunto dos inquiridos que viu a publicidade, por *Per* o conjunto dos inquiridos que comprou o novo perfume, e organizando os dados num diagrama como o seguinte, temos:



Uma vez que 20%+75%+45% = 140%, o que significa que 40% dos inquiridos viram a publicidade e compraram o novo perfume.

Assim a probabilidade de um indivíduo ter comprado o perfume e não ter visto o anúncio é de 5 %.

4.2 Designando os acontecimentos:

Per: «O indivíduo inquirido comprou o perfume»

Pub: «O indivíduo inquirido viu a publicidade»

Temos que P(*Per*|*Pub*) = $\frac{0,4}{0,75} = \frac{8}{15}$

5.1. Inserindo na calculadora gráfica em L_1 os valores relativos ao número de leitores de DVD por habitação e em L_2 o número de habitações correspondente:

L_1	L_2
0	330
1	450
2	47
3	173

É possível calcular os valores da mediana e dos quartis, obtendo:

1º quartil = 0;

Mediana = 3º quartil = 1.

5.2. Recorrendo aos valores já inseridos na calculadora na questão anterior é possível determinar os valores da média e do desvio padrão para o número de leitores de DVD, por habitação, obtendo $\bar{x} \approx 1{,}06$ e $s \approx 1{,}03$.

Inserindo na calculadora gráfica em L_3 os valores relativos ao número televisores por habitação e em L_4 o número de habitações correspondente

L3	L4
0	5
1	417
2	450
3	128

é possível calcular os valores para a média e o desvio padrão desta distribuição, obtendo: $\bar{x} \approx 1{,}70$ e $s \approx 0{,}69$.

O maior valor do desvio padrão relativo à distribuição representada no gráfico 2 indica uma maior dispersão, comprovada no gráfico pela existência de barras correspondentes a maiores frequências, mais afastadas da média. Por oposição, o gráfico 1, representa uma distribuição com um desvio padrão menor e as barras correspondentes às frequências maiores são relativas a valores próximos da média.

5.3.

$a = 1 - 0{,}995 = 0{,}005$

$b = 1 - 0{,}005 - 0{,}425 - 0{,}120 = 0{,}45$

5.4. Para a determinação do intervalo de confiança considera-se:

$n = 1000$
$z = 1{,}645$

$$\hat{p} = \frac{450}{1000} = 0{,}45$$

Assim, o intervalo de 90% de confiança para a proporção de habitações portuguesas com 2 televisores será:

$$\left]0{,}45 - 1{,}645 \times \sqrt{\frac{0{,}45 \times (1 - 0{,}45)}{1000}}\,;\, 0{,}45 + 1{,}645 \times \sqrt{\frac{0{,}45 \times (1 - 0{,}45}{1000}}\right[$$

Efectuando os cálculos, o intervalo de confiança é]0,424; 0,476[.

A partir dos limites do intervalo de confiança calculado, não existem evidências para duvidar do aumento da percentagem de habitações com 2 televisores entre 2001 e 2009, pois o valor real desta proporção em 2009 está entre 42,4 % e 47,6% com uma probabilidade de 90%.