

Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

10.º e 11.º Anos de Escolaridade

Prova 835/1.ª Fase

12 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2011

COTAÇÕES

1.		
1.1.	20 pontos
1.2.	20 pontos
		40 pontos
2.		
2.1.	10 pontos
2.2.	20 pontos
		30 pontos
3.		
3.1.	15 pontos
3.2.	20 pontos
3.3.	15 pontos
3.4.	15 pontos
		65 pontos
4.	15 pontos
		15 pontos
5.		
5.1.	20 pontos
5.2.	10 pontos
5.3.	20 pontos
		50 pontos
		TOTAL 200 pontos

A classificação da prova deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto nas grelhas de classificação.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação dos itens de construção (resposta restrita e resposta extensa) apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação.

Nos itens de resposta extensa que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa. A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho descritos no quadro seguinte.

Níveis	Descritores
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, não é classificado o domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

As respostas podem não apresentar exactamente os termos ou as expressões constantes dos exemplos de resposta, desde que o seu conteúdo seja considerado cientificamente válido e adequado ao solicitado e que a linguagem usada em alternativa seja adequada e rigorosa. Nestes casos, os elementos de resposta cientificamente válidos devem ser pontuados segundo procedimentos análogos aos previstos nos descritores apresentados.

Havendo escolas em que os alunos já contactam com as novas regras ortográficas, uma vez que o Acordo Ortográfico de 1990 já foi ratificado e dado que qualquer cidadão, nesta fase de transição, pode optar pela ortografia prevista quer no Acordo de 1945, quer no de 1990, são consideradas correctas, na classificação das provas de exame nacional, as grafias que seguirem o que se encontra previsto em qualquer um destes normativos.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação da resposta a um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A pontuação indicada para cada etapa é a pontuação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das pontuações das diferentes etapas.
2. Pontuação de uma etapa dividida em passos.	A pontuação indicada para cada passo é a pontuação máxima que lhe é atribuível. A pontuação da etapa resulta da soma das pontuações dos diferentes passos.
3. Classificação da resposta a um item ou pontuação de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	A resposta é classificada de acordo com os critérios específicos.
6. Ausência de apresentação dos cálculos e/ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa.*	A etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
7. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a mesma é pontuada com a pontuação total para ela prevista.
8. Transposição incorrecta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
9. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.
10. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A pontuação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas», por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
11. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	<p>A etapa é pontuada de acordo com o erro cometido.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
12. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
13. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
14. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fracção, e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
15. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [exemplo: «15» em vez de «15 metros»].	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação total para ela prevista.
16. Apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exacto.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
17. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1.1. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Apresentar a distribuição dos 9 mandatos com a coligação C+D, utilizando o método de Hondt (**ver nota 1**) 15 pontos

Dividir o número de votos de A, B, C+D e E por 2 (1 + 1 + 1 + 1)..... 4

Dividir o número de votos de A, B, C+D e E por 3 (1 + 1 + 1 + 1)..... 4

Dividir o número de votos de A, B, C+D e E por 4 (1 + 1 + 1 + 1)..... 4

Indicar os mandatos (**ver nota 2**)(1 + 1 + 1)..... 3

[Partido A (4 mandatos); Partido B (3 mandatos); coligação C+D (2 mandatos); Partido E (0 mandatos)]

Apresentar a distribuição dos 9 mandatos com a coligação C+E, utilizando o método de Hondt (**ver nota 1**) 3 pontos

Dividir o número de votos da coligação C+E por 2 1

Indicar a alteração na distribuição dos mandatos relativamente a C+D ... 2

[Partido B (4 mandatos); coligação C+E (1 mandato)]

Apresentar a conclusão..... 2 pontos

[O resultado da distribuição dos nove mandatos altera-se no caso de C coligado com D.]

2.º Processo

Apresentar a distribuição dos 9 mandatos com a coligação C+D, utilizando o método de Hondt (**ver nota 1**) 15 pontos

Dividir o número de votos de A por 2, 3 e 4 (2 + 2 + 2) 6

Dividir o número de votos de B por 2 e 3 (2 + 2)..... 4

Dividir o número de votos de C+D por 2 2

Indicar os mandatos (**ver nota 2**)(1 + 1 + 1)..... 3

[Partido A (4 mandatos); Partido B (3 mandatos); coligação C+D (2 mandatos); Partido E (0 mandatos)]

Apresentar a distribuição dos 9 mandatos com a coligação C+E, utilizando o método de Hondt (**ver nota 1**) 3 pontos

Dividir o número de votos de B por 4 1

Indicar a alteração na distribuição dos mandatos relativamente a C+D 2

[Partido B (4 mandatos); coligação C+E (1 mandato)]

Apresentar a conclusão..... 2 pontos

[O resultado da distribuição dos nove mandatos altera-se no caso de C coligado com D.]

Notas:

1. Se o examinando começar por apresentar a distribuição dos 9 mandatos com a coligação C+E, a pontuação a atribuir é idêntica.
2. Se o examinando não apresentar os mandatos dos partidos com zero mandatos, a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.

1.2. **20 pontos**

- Calcular o número total de votos (204407) 2 pontos
- Calcular o divisor padrão $\left(\frac{204\ 407}{9} \approx 22\ 711,889\right)$ 2 pontos
- Calcular as quotas padrão(2 + 2 + 2 + 2 + 2)..... 10 pontos
- Atribuir as quotas arredondadas(1 + 1 + 1 + 1 + 1) 5 pontos
- Indicar o número de mandatos 1 ponto
- [Partido A (4 mandatos); Partido B (3 mandatos); Partido C (1 mandato);
Partido D (1 mandato); Partido E (0 mandatos)]

2.1. **10 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

- Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora 7 pontos
- Se o examinando recorrer às capacidades gráficas da calculadora:
- Apresentar o gráfico 4
- Apresentar as coordenadas relevantes 3
- Apresentar o resultado pedido (ao fim de oito meses) 3 pontos

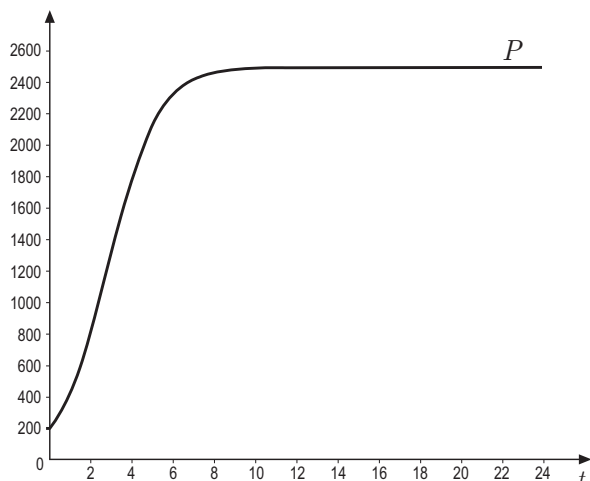
2.º Processo

- Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora 7 pontos
- Se o examinando recorrer a uma tabela:
- Apresentar as coordenadas relevantes 7
- Apresentar o resultado pedido (ao fim de oito meses) 3 pontos

3.º Processo

- Escrever $P(t) = 2453$ 2 pontos
- Obter $e^{-0,8t} = \frac{94}{56\ 419}$ 5 pontos
- Apresentar o resultado pedido (ao fim de oito meses) 3 pontos

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta (ver nota).



No início, existiam 200 desempregados inscritos, pois $P(0) = 200$. Após 24 meses, concluído o estudo, existiam 2500 desempregados inscritos, visto que $P(24) \approx 2499,999868$, o que corresponde ao número máximo de desempregados inscritos nessa delegação do IEFP.

A representação gráfica do modelo P , reproduzida a partir da calculadora com a janela de visualização $[0, 24] \times [0, 2700]$, mostra um aumento acentuado nos primeiros meses e uma estabilização do número de desempregados inscritos nessa delegação do IEFP nos meses seguintes, apesar de a diferença entre o início e o final do estudo ser de 2300.

Tal como o exemplo ilustra, para que a resposta a este item seja considerada correcta e completa, o examinando deve:

- A) reproduzir o gráfico;
- B) indicar a janela de visualização utilizada;
- C) indicar o número máximo de desempregados inscritos nessa delegação do IEFP, nos 24 meses em que decorreu o estudo;
- D) apresentar a diferença entre os números de desempregados inscritos no início e no final do estudo;
- E) descrever a forma como evoluiu o número de desempregados inscritos nessa delegação do IEFP, nos 24 meses em que decorreu o estudo.

A classificação faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos.

Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina		Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa	Níveis*		
			1	2	3
Níveis	5	A resposta contempla, correctamente, os cinco pontos.	18	19	20
	4	A resposta contempla, correctamente, apenas quatro dos cinco pontos.	14	15	16
	3	A resposta contempla, correctamente, apenas três dos cinco pontos.	10	11	12
	2	A resposta contempla, correctamente, apenas dois dos cinco pontos.	6	7	8
	1	A resposta contempla, correctamente, apenas um dos cinco pontos.	2	3	4

* Descritores apresentados nos Critérios Gerais de Classificação.

Nota – Se o examinando apresentar uma resposta equivalente, considerada cientificamente válida, os elementos de resposta cientificamente válidos devem ser pontuados segundo procedimentos análogos aos previstos nos descritores apresentados.

3.1. **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Se o examinando recorrer à calculadora:

Apresentar as listas introduzidas na calculadora 5 pontos

Indicar o valor da média (5) 5 pontos

Referir um dos seguintes argumentos (ou equivalente):

«não se verifica uma concentração de dados em torno da média»,
ou «24 alunos não lêem mais de 3 livros nas férias de Verão», ou
«9 alunos lêem 10 ou mais livros nas férias de Verão» 5 pontos

2.º Processo

Se o examinando não recorrer à calculadora:

Apresentar os cálculos, usando a fórmula da média 5 pontos

Indicar o valor da média (5) 5 pontos

Referir um dos seguintes argumentos (ou equivalente):

«não se verifica uma concentração de dados em torno da média»,
ou «24 alunos não lêem mais de 3 livros nas férias de Verão», ou
«9 alunos lêem 10 ou mais livros nas férias de Verão» 5 pontos

3.2. **20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Se o examinando recorrer à calculadora:

Apresentar as listas introduzidas na calculadora 1 ponto

Indicar o valor mínimo (1) 1 ponto

Indicar o valor máximo (12) 1 ponto

Indicar o valor do 1.º quartil (1,5) 1 ponto

Indicar o valor da mediana (3) 1 ponto

Indicar o valor do 3.º quartil (8) 1 ponto

Apresentar o diagrama de extremos e quartis 4 pontos

Referir a variação da distribuição 5 pontos

[Por exemplo, 50% dos dados encontram-se de 1 a 3 (ou equivalente)]

Referir a assimetria da distribuição 5 pontos

2.º Processo

Se o examinando não recorrer à calculadora:

Indicar o valor mínimo (1)	1 ponto
Indicar o valor máximo (12)	1 ponto
Apresentar os cálculos, usando as fórmulas para os quartis e para a mediana ..	4 pontos
Apresentar o diagrama de extremos e quartis	4 pontos
Referir a variação da distribuição	5 pontos
[Por exemplo, 50% dos dados encontram-se de 1 a 3 (ou equivalente)]	
Referir a assimetria da distribuição	5 pontos

3.3. 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Se o examinando recorrer à calculadora:

Calcular o novo número de livros lidos pelos alunos	4 pontos
Apresentar as listas introduzidas na calculadora	2 pontos
Indicar os valores da \bar{x}_{final} e da \tilde{x}_{final} (2 + 2).....	4 pontos
Apresentar a explicação pedida	5 pontos

2.º Processo

Se o examinando não recorrer à calculadora:

Determinar \bar{x}_{final}	5 pontos
Apresentar o resultado (6)	2
Indicar $\bar{x}_{final} = \bar{x} + 1$	3
Determinar \tilde{x}_{final}	5 pontos
Apresentar o resultado (4)	2
Indicar $\tilde{x}_{final} = \tilde{x} + 1$	3
Apresentar a explicação pedida	5 pontos

3.4. 15 pontos

Indicar o número de casos possíveis ($3 \times 2 \times 1$) (ou equivalente)	6 pontos
Indicar o número de casos favoráveis ($2 \times 1 \times 2$) (ou equivalente) (ver nota)	6 pontos
Obter o valor da probabilidade $\left(\frac{2}{3}\right)$	3 pontos

Nota – Se o examinando responder $2 \times 1 \times 1$, ou equivalente, a pontuação a atribuir nesta etapa deve ser 2 pontos.

4. 15 pontos

Identificar os valores de \hat{p} , z e n no intervalo 9 pontos

$z = 1,960$ 1

$\hat{p} = \frac{8}{500}$ (ou equivalente) 6

$n = 500$ 2

Apresentar o intervalo de confiança $(]0,005; 0,027[)$ (3 + 3) 6 pontos

5.1. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta (**ver nota**).

O que o António pretende implica a existência de circuitos de Euler no grafo que serve de modelo aos percursos utilizados pela RecSol. Mas não é possível satisfazer as pretensões do António, em simultâneo, porque o grafo tem dois vértices de grau ímpar, o vértice C e o vértice F , o que significa que não respeita a condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler.

Tal como o exemplo ilustra, para que a resposta a este item seja considerada correcta e completa, o examinando deve:

- A) referir que a satisfação das pretensões do António implica que o grafo respeite a condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler;
- B) referir que o grafo não respeita a condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler, por ter vértices de grau ímpar (ou equivalente);
- C) concluir que não é possível satisfazer as pretensões do António, em simultâneo.

2.º Processo

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta (**ver nota**).

Admitindo que é possível satisfazer, em simultâneo, todas as pretensões do António, como este parte do local representado pela letra A , num dado momento chega ao local representado pela letra C , por exemplo. Nessa chegada a C , o António percorreu uma das três arestas que incidem nesse vértice. Ao sair de C , percorre uma das duas arestas restantes, ficando uma por percorrer. Quando a última for percorrida, terá de ser no sentido de chegada a C e não de saída. Logo, o António não regressa a A , porque não pode sair de C , visto que as três arestas que incidem em C foram já percorridas. Assim, somos conduzidos a uma contradição. Por conseguinte, as pretensões do António não podem ser realizadas conjuntamente.

Tal como o exemplo ilustra, para que a resposta a este item seja considerada correcta e completa, o examinando deve:

- A) indicar um vértice ímpar;
- B) referir que um vértice ímpar admite duas entradas, mas apenas uma saída;
- C) concluir que não é possível satisfazer as pretensões do António, em simultâneo.

A classificação faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos.

Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina		Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa	Níveis*		
			1	2	3
Níveis	3	A resposta contempla, correctamente, os três pontos.	18	19	20
	2	A resposta contempla, correctamente, apenas os pontos A e B, ou apenas os pontos B e C.	12	13	14
	1	A resposta contempla, correctamente, apenas o ponto A ou apenas o ponto B.	6	7	8

* Descritores apresentados nos Critérios Gerais de Classificação.

Nota – Se o examinando apresentar uma resposta equivalente, considerada cientificamente válida, os elementos de resposta cientificamente válidos devem ser pontuados segundo procedimentos análogos aos previstos nos descritores apresentados.

5.2. **10 pontos**

- Calcular o número de metros de cabo de fibra óptica da proposta do João (5587 metros) 1 ponto
- Definir o percurso da proposta do José usando o conjunto de ligações $\{(B,E),(F,G),(C,D),(B,F),(C,E),(A,G)\}$ (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) 6 pontos
- Calcular o número de metros da proposta do José (5582 metros) 1 ponto
- Apresentar a conclusão relativa à escolha da empresa 2 pontos

5.3. **20 pontos**

Considerem-se os seguintes acontecimentos:

- A: «O objecto é um electrodoméstico»;
- B_1 : «O objecto é proveniente de recolha selectiva»;
- B_2 : «O objecto é proveniente de limpeza de florestas»;
- B_3 : «O objecto é proveniente de recolha de lixo doméstico».

- Determinar $P(A)$ 16 pontos
- Escrever $P(B_1) = \frac{4}{29}$ (ou equivalente) 2
- Escrever $P(A | B_1) = \frac{24}{25}$ 2
- Escrever $P(B_2) = \frac{16}{29}$ 2
- Escrever $P(A | B_2) = \frac{6}{25}$ 2
- Escrever $P(B_3) = \frac{9}{29}$ 2

- Escrever $P(A | B_3) = \frac{9}{25}$ 2
- Escrever $P(A) = P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times$
 $\times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)$ (ver nota 1)..... 2
- Determinar $P(A) = \frac{273}{725}$ 2
- Determinar $P(A \cap B_1)$ 2 pontos
- Escrever $P(A \cap B_1) = P(B_1) \times P(A | B_1)$ (ver nota 2) 1
- Escrever $P(A \cap B_1) = \frac{96}{725}$ (ou equivalente)..... 1
- Determinar $P(B_1 | A) = \frac{P(A \cap B_1)}{P(A)}$ $\left(\frac{32}{91} \right)$ 2 pontos

Notas:

1. Se o examinando não apresentar a expressão, mas determinar $P(A)$, a pontuação a atribuir neste passo não deve ser desvalorizada.
2. Se o examinando não apresentar a expressão, mas determinar $P(A \cap B_1)$, a pontuação a atribuir neste passo não deve ser desvalorizada.