

Resolução da Ficha de Trabalho Matemática Aplicada às Ciências Sociais 11º ano Março 2018

1) A Ana tem 10 rifas, das quais 4 têm prémio. Tiramos sucessivamente e ao acaso 3 dessas rifas sem reposição. 1.1) Determine a probabilidade de:

1.2) Defina a função massa de probabilidade para a variável X: "número de rifas sem prémio, de entre as três escolhidas" e calcule a média e a variância apresentando todos os cálculos.

4) 10 RIFAS 4 C/PRÉMIO 6 S/PRÉMIO

$$4.1.1) P = P(PPN) + P(PNP) + P(NPP) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times 3 = 0,3$$

$$4.1.2) p(PPP) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = 0,033$$

$$4.2) p(X=0) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = 0,033 \quad p(X=1) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times 3 = 0,3$$

$$p(X=2) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times 3 = 0,5 \quad p(X=3) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = 0,167$$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,033 & 0,3 & 0,5 & 0,167 \end{pmatrix} \quad \mu = 0 \times 0,033 + 1 \times 0,3 + 2 \times 0,5 + 3 \times 0,167 = 1,201$$

$$V = (0 - 1,201)^2 \times 0,033 + (1 - 1,201)^2 \times 0,3 + (2 - 1,201)^2 \times 0,5 + (3 - 1,201)^2 \times 0,167 = 0,559$$

2) O número de clientes que entra por hora num estabelecimento comercial segue uma distribuição Poisson de média 10. Qual é a probabilidade de:

2.1) numa hora, entrarem 8 clientes nesse estabelecimento? (indique todos os cálculos.....)

2.2) numa hora, entrarem pelo menos 2 clientes nesse estabelecimento? (indique todos os cálculos)

$$2) \lambda = 10 \quad 2.1) p = p(X=8) = \frac{e^{-10} \times 10^8}{8!} \approx 0,113$$

$$2.2) p = 1 - [P(0) + P(1)] = 1 - \left(\frac{e^{-10} \times 10^0}{0!} + \frac{e^{-10} \times 10^1}{1!} \right) = 0,9995 \approx 1$$

3) Numa linha de montagem de monitores de computadores, a probabilidade de um monitor chegar ao fim da montagem com defeito é igual a 0,012.

3.1) Determine o número médio de monitores que chegam ao fim da linha de montagem com algum defeito.

Sugestão: fazemos: $E(X) = 1/0.012 = 83,333333$ R: 83 Monitores

3.2) Calcule a probabilidade de, em determinado dia, o primeiro monitor a chegar ao fim da linha de montagem com algum defeito seja:

3.2.1) O terceiro. **Sugestão: $(1-0.012)^2 \times (0.012) = 0.011713728$**

3.2.2) O décimo.

Sugestão: $(1-0.012)^9 \times (0.012) = 0.01076$

4) O comprimento das peças produzidas por uma determinada máquina é uma variável aleatória contínua que está uniformemente distribuída entre 150 cm e 220 cm.

4.1) Qual é a probabilidade de uma peça, escolhida ao acaso, ter comprimento:

4.1.1) entre 165 cm e 190cm? 4.1.2) inferior a 2 metros?

4.2) Determine o comprimento médio das peças.

$$1) 4.1.1) P(165 < X < 190) = \frac{190 - 165}{220 - 150} = \frac{5}{14} = 0,357$$

$$4.1.2) P(X < 200) = \frac{200 - 150}{220 - 150} = \frac{50}{70} = 0,714$$

$$4.2) E(X) = \frac{150 + 220}{2} = 185$$

5) Num determinado consultório, o tempo de espera, em minutos, entre duas pessoas a serem atendidas é uma variável aleatória e pode ser representado por um modelo exponencial de parâmetro $\lambda = 0.05$. 5.1) Determine o valor médio do tempo de espera.

5.2) Calcule a probabilidade de que o tempo de espera entre duas pessoas seja:

5.2.1) Superior a 20 mas inferior a 25 minutos. 5.2.2) Superior a meia hora.

$$2) 5.1) E(X) = \frac{1}{0,05} = 20$$

$$5.2.1) P(20 < X < 25) = e^{-0,05 \times 20} - e^{-0,05 \times 25} = 0,081$$

$$5.2.2) P(X > 30) = 1 - P(0 < X < 30) = 1 - (e^{-0,05 \times 0} - e^{-0,05 \times 30}) = 0,223$$

6) Nas várias alíneas desta questão, use obrigatoriamente a seguinte informação: Se X é uma variável aleatória normal de valor médio μ e desvio padrão σ , então:


$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 68,27 \% \quad P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 95,45 \%$$


$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 99,73\%$$

Admita que as classificações de exame dos alunos na disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais em 2011 seguem, aproximadamente, uma distribuição normal de valor médio igual a 10 valores e desvio padrão igual a 4,1 valores.

Determine um valor aproximado para a probabilidade de um aluno, escolhido ao acaso, ter uma classificação

6.1) entre os 14,1 e os 18,2 valores. (2c.d.) 6.2) Superior a 5,9 valores (2 c.d.)

$$3) \mu = 10 \quad \sigma = 4,1$$


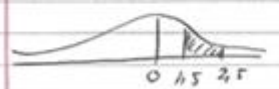
$$3.1) P(14,1 < X < 18,2) = \frac{95,45\%}{2} - \frac{68,27\%}{2} = 13,59\%$$


$$3.2) P(X > 5,9) = P(X > \mu + \sigma) = \frac{68,27\%}{2} + 50\% = 84,135\% \approx 84,14\%$$

7) Seja U uma variável aleatória com distribuição normal standard, isto é, com média zero e desvio-padrão igual a 1. Utilize a tabela da normal para obter os valores das seguintes probabilidades (4 c.d) **7.1)** $p(U < 1.37)$ **7.2)** $p(1.5 < U < 2.5)$

Nota: se não usar exatamente os valores da tabela, a resposta será considerada errada.

$$4.1) p(U < 1,37) = \Phi(1,37) = 0,9147$$

$$4.2) p(1,5 < U < 2,5) = \Phi(2,5) - \Phi(1,5) = 0,9938 - 0,9332 = 0,0606$$


8) Use a tabela da normal para resolver a questão que se segue e apresente todas as justificações. Se apresentar apenas o resultado final, ou estiver mal justificado, a resposta será considerada errada.

Seja X uma variável aleatória que segue uma distribuição normal de valor médio igual a 15 e desvio padrão 2. Calcule as seguintes probabilidades:

8.1) $P(X < 16)$

8.2) $P(X > 18)$

8.3) $P(13,2 < X < 17)$

$$5) X \sim N(15, 2)$$

$$5.1) p(X < 16) = p\left(U < \frac{16-15}{2}\right) = p(U < 0,5) = 0,6915$$

$$5.2) p(X > 18) = p\left(U > \frac{18-15}{2}\right) = p(U > 1,5) = 1 - \Phi(1,5) = 1 - 0,9332 = 0,0668$$

$$5.3) p(13,2 < X < 17) = p\left(\frac{13,2-15}{2} < U < \frac{17-15}{2}\right) = p(-0,9 < U < 1) = \Phi(1) - (1 - \Phi(0,9)) = 0,8413 - (1 - 0,8159) = 0,6572$$

9) O tempo, em minutos, que um funcionário de uma empresa demora a realizar determinada atividade é uma variável aleatória que pode modelar-se por uma distribuição normal com desvio padrão igual a 5. Sabe-se que a probabilidade de um funcionário, escolhido ao acaso realizar essa tarefa em menos de 33 minutos é igual a 0,7257. Determine o tempo médio necessário para a realização da referida atividade, apresentando todos os cálculos e todas as justificações. Se apresentar apenas o resultado final, ou estiver mal justificado, a resposta será considerada errada.

$$X \sim N(\mu, 5) \quad P(X < 33) = 0,7259 \quad P\left(U < \frac{33 - \mu}{5}\right) = 0,7259$$

$$\frac{33 - \mu}{5} = 0,6 \quad \left(\begin{array}{c} \text{Consulta} \\ \text{da} \\ \text{Tabela} \end{array} \right)$$

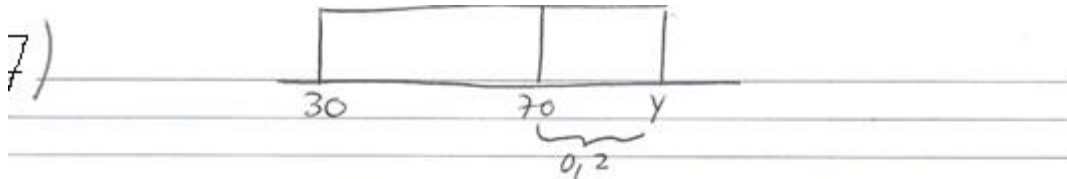
$$33 - \mu = 0,6 \times 5 \quad \mu = 33 - 3 \quad \mu = 30$$

10) Numa pastelaria, confeccionam-se bolos para uma festa. O tempo de cozedura dos bolos é uma variável aleatória, que varia uniformemente entre os 30 e os Y minutos.

Sabemos que a probabilidade de o tempo de cozedura ser superior a 70 minutos é 0.2.

10.1) Determine a probabilidade de o tempo de cozedura de um bolo ser inferior a 50 minutos. Apresente o resultado sob a forma de fração irredutível. Apresente todos os cálculos e justificações. Se apresentar apenas o resultado final, será considerado errado

10.2) Calcule o tempo médio de cozedura de um bolo.



$$70 - 30 = 40 \quad \begin{array}{l} 40 \rightarrow 80\% \\ x \rightarrow 20\% \end{array} \quad x = \frac{40 \times 20}{80} = 10$$

$$\text{Logo } Y = 70 + 10 = 80$$

$$7.1) P(X < 50) = \frac{50 - 30}{80 - 30} = \frac{2}{5}$$

$$7.2) E(X) = \frac{30 + 80}{2} = 55$$