

Proposta de teste de avaliação

MACS

11.º ANO DE ESCOLARIDADE

Duração: 90 minutos | **Data:**

1. Numa final do concurso de novos talentos realizado na escola J, foram a votação quatro concorrentes: o Pedro (*P*); Tiago e Tatiana (*T*); os Celtas (*C*) e a Vera (*V*).



Foi usado um método preferencial e depois de ordenados os votos obteve-se a seguinte tabela:

1. ^a	<i>P</i>	<i>T</i>	<i>C</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
2. ^a	<i>T</i>	<i>C</i>	<i>V</i>	<i>P</i>	<i>T</i>
3. ^a	<i>C</i>	<i>P</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>P</i>
4. ^a	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>P</i>	<i>C</i>	<i>C</i>
Total	49	15	28	32	19

- 1.1. Considerando apenas a primeira preferência, verifique se algum concorrente obteve maioria absoluta.

- 1.2. Determine o vencedor do concurso utilizando o seguinte método:

1.º passo: Ganha o concorrente com maioria absoluta na primeira preferência, caso contrário, elimina-se o concorrente menos votado na primeira preferência.

2.º passo: De seguida, nos boletins dos que votaram no concorrente que foi eliminado procuram-se as segundas preferências e esses votos juntam-se aos votos dos concorrentes que restaram.

3.º passo: Repetem-se os passos anteriores até se encontrar um vencedor por maioria absoluta.

2. Os desportistas Vanessa, David, Marta e Daniela candidataram-se para falar num painel sobre Ética no Desporto como representantes do clube a que pertencem. Os votantes foram oito e o método utilizado para votar foi o seguinte:
- cada votante pode votar em todos os candidatos que quiser, sem ordem de preferência;
 - o candidato com maior número de votos ganha.

A tabela seguinte apresenta os resultados da votação.

Votantes Candidatos	Votações							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Vanessa	x		x		x			
David	x	x		x		x		x
Marta	x		x	x	x	x	x	
Daniela	x	x	x	x	x	x	x	

- 2.1. Copie a tabela seguinte para a folha de teste e complete-a.

Candidatos	Total de votos	% de votos
Vanessa		
David		
Marta		
Daniela		

- 2.2. Quem foi o escolhido?

(A) Vanessa (B) David (C) Marta (D) Daniela

- 2.3. Tendo em conta o método usado para votar nesta eleição, elabore uma pequena composição na qual comente a veracidade da seguinte afirmação: **“O David obteve mais de cinquenta por cento dos votos e não ganhou a eleição”**.

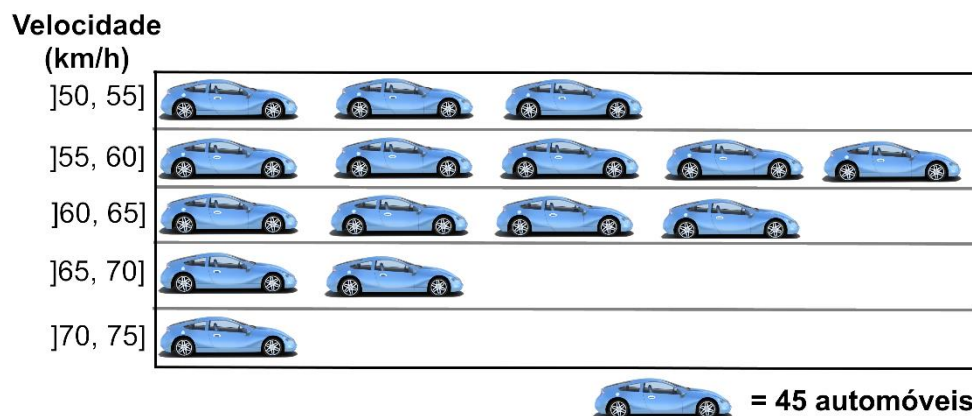
Na composição, deve indicar:

- o número total de votos obtidos pelo David e a percentagem correspondente;
- o número máximo de votos que cada candidato poderia obter;
- se seria possível o David obter mais de 50% dos votos e não ser o eleito;
- se seria possível o David obter 100% dos votos e não ser o eleito.

3. Na A33, durante um período da manhã do dia 27 de abril, foi colocado um radar, para controlar a velocidade dos automóveis que saíam para o acesso ao Montijo, cuja velocidade máxima é 60 km/h .



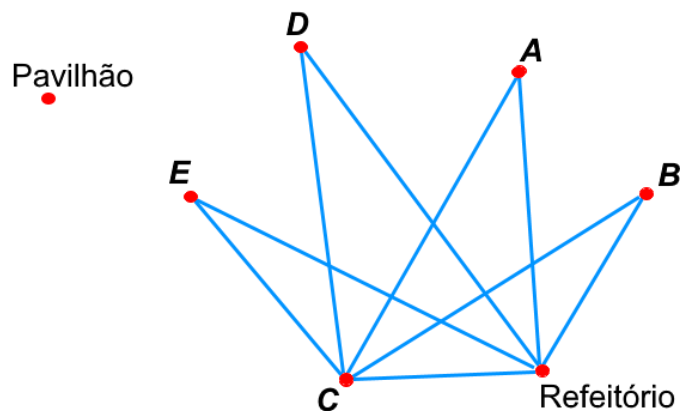
Os resultados obtidos estão representados no pictograma seguinte:



- 3.1. Qual é a percentagem de automóveis que passaram a uma velocidade inferior ou igual a 60 km/h? Apresente o resultado aproximado às unidades.
- 3.2. Considere as seguintes afirmações:
 I: "A classe modal é a]70; 75]."
 II: "A classe mediana é a]55; 60]."
 Indique qual a opção correta.
 (A) Ambas são falsas.
 (B) A I é falsa e a II é verdadeira.
 (C) Ambas são verdadeiras.
 (D) A I é verdadeira e a II é falsa.
- 3.3. Qual é a probabilidade de escolher um automóvel ao acaso e este ter passado a uma velocidade superior a 70 km/h? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

4. A escola do Luís tem cinco blocos (A , B , C , D e E) todos eles com ligação entre si com passagens cobertas e também com o bloco, no qual se encontra o refeitório. Há ainda o pavilhão gimnodesportivo, mas não tem ligação coberta com nenhum dos blocos.

O Luís começou a construir um grafo, considerando os blocos os vértices e as arestas todos os caminhos diretos que se podem fazer por baixo das passagens cobertas.

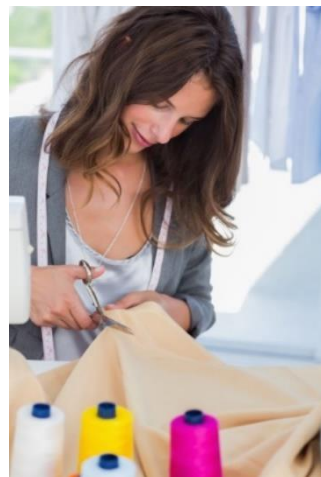


- 4.1. Copie para a folha de teste e complete o grafo do Luís de acordo com as indicações dadas.
- 4.2. O grafo é euleriano? Justifique.
- 4.3. Considere, agora, apenas o grafo dos blocos ligados pelas passagens cobertas (vértices: A , B , C , D , E e refeitório). Indique:
- um circuito hamiltoniano, que comece em A ;
 - um circuito euleriano e, caso seja necessário repetir arestas, indique o número mínimo necessário e quais as que teve de repetir.

5. A Beatriz, aluna do curso de Corte e Costura, pretende fazer uma pintura artística num pano para depois fazer um vestido. Para isso, começou por entornar um frasco de tinta azul no tecido.

Admita que a mancha produzida pela tinta sobre o tecido é circular e cujo raio vai aumentando com o decorrer do tempo.

Sabe-se que t segundos após o frasco ter sido completamente entornado, a área (em cm^2) de tecido ocupada pela mancha é dada por:



$$A(t) = \frac{85}{1+e^{-0,05t}} \quad \text{para } t \geq 0$$

- 5.1. Determine a área da mancha um minuto após o frasco ter sido completamente entornado. Apresente o resultado arredondado às centésimas.
- 5.2. Quanto tempo decorreu desde que se entornou completamente o frasco até a área da mancha ter três meios da área da mancha ao fim de 3 segundos? Apresente o resultado aproximado às unidades.
- Nos cálculos intermédios utilize três casas decimais.
- 5.3. Com o passar do tempo a área da mancha tende a estabilizar num determinado valor, nunca o ultrapassando. Qual é esse valor?

6. A empresa aérea Asas ao Vento encomendou um estudo para caracterizar os seus clientes com base nos dados da empresa desde que foi fundada. Foram-lhe apresentados os seguintes resultados:

- 35% dos passageiros têm menos de 18 anos;
- 15% dos passageiros têm mais de 60 anos e são masculinos;
- 45% dos passageiros são femininos;
- 30% dos passageiros são femininos e têm entre 18 e 60 anos;
- 20% dos passageiros têm mais de 60 anos.

6.1. Copie para a folha de teste a tabela e complete-a.

Idade Género	Menos de 18 anos	Entre 18 e 60 anos	Mais de 60 anos	Total
Masculino				
Feminino				
Total				

6.2. Escolheu-se um indivíduo, ao acaso, da população de passageiros da empresa aérea Asas ao Vento. Qual é a probabilidade de o indivíduo ser masculino sabendo que tem menos de 18 anos? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

6.3. O diretor de marketing da empresa aérea Asas ao Vento decidiu fazer um estudo interno idêntico ao que foi encomendado pela empresa. Para isso recolheu uma amostra aleatória de 600 passageiros.

Construa um intervalo de confiança de 90% para a proporção de passageiros com mais de 60 anos de idade, admitindo que a proporção de passageiros com essa idade na amostra é a mesma que se obteve no estudo encomendado.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Apresente os extremos do intervalo, com arredondamentos às centésimas.

Cotações

Item	1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	2.3.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1	4.2.	4.3	
											a)	b)
Cotação	10	20	12	5	12	10	5	10	10	10	10	12

Item	5.1.	5.2.	5.3.	6.1.	6.2.	6.3.
Cotação	10	12	10	12	15	15

Proposta de resolução

1.1. Número de votos na 1.^a preferência
 $P: 49$ $T: 15$ $C: 28$
 $V: 32 + 19 = 51$
 Total de votos: $49 + 15 + 28 + 51 = 143$
 $143 : 2 = 71,5$
 Como nenhum concorrente obteve pelo menos 72 votos, não existe vencedor por maioria absoluta.

1.2. Como não existe vencedor por maioria absoluta na primeira preferência, vamos eliminar o concorrente menos votado: T com 15 votos.

1.3. Ficando assim a nova distribuição de votos:
 $P: 49$
 $C: 28 + 15 = 43$
 $V: 32 + 19 = 51$
 Como continua a não existir vencedor por maioria absoluta na primeira preferência, vamos eliminar o concorrente menos votado: C com 43 votos.
 Ficando assim a nova distribuição de votos:
 $P: 49 + 15 = 64$
 $V: 32 + 19 + 28 = 79$
 Logo, o vencedor é a Vera, V , com 79 votos.

2.1.

Candidatos	Total de votos	% de votos
Vanessa	3	37,5%
David	5	62,5%
Marta	6	75%
Daniela	7	87,5%

2.2. Opção (D). A Daniela com 7 votos.

2.3. A afirmação é verdadeira, pois apesar do David ter obtido cinco votos, ou seja, 62,5% de votos, não conseguiu ser eleito, dado que outros dois candidatos obtiveram um número de votos superior ao seu.
 Neste caso, cada candidato poderia obter no máximo 8 votos. Mesmo que o David tivesse conseguido obter os 8 votos, ou seja, 100%, nada lhe poderia garantir ser eleito, pois poderia acontecer que outro candidato também tivesse conseguido obter os 8 votos.
 Portanto, podemos concluir que, de acordo com o método, o facto de um candidato obter mais de 50% dos votos não lhe garante a vitória.

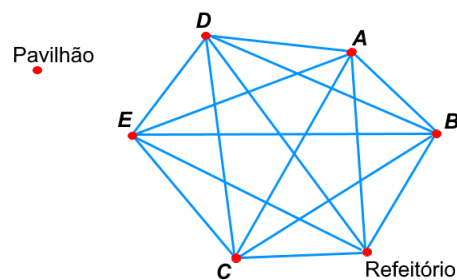
3.1. N.º total de automóveis observados:
 $15 \times 45 = 675$
 Número total de automóveis observados a uma velocidade inferior ou igual a 60 km/h :
 $8 \times 45 = 360$
 $\frac{360}{675} \approx 0,53$
 Cerca de 53% dos automóveis passaram a uma velocidade inferior ou igual a 60 km/h .

3.2. Opção (B)
 Classe modal é a classe com maior frequência, neste caso,]55; 60] .
 Classe mediana é a classe cuja frequência relativa acumulada é igual a 50% ou imediatamente superior, neste caso é]55; 60] , com frequência relativa acumulada aproximadamente igual a 53% .

3.3. A probabilidade pedida é:

$$P = \frac{45}{675} = \frac{1}{15}$$

4.1.



4.2. Não, pois não é conexo (tem um vértice isolado).

4.3. a) Por exemplo: $A B R C E D A$

b) Por exemplo:

$A B R C E D A R E A C D B C E B D R A$

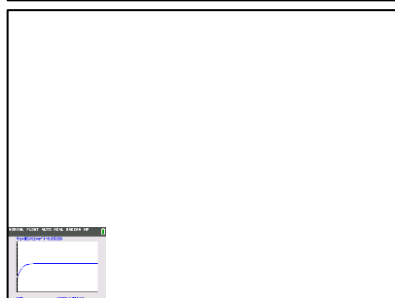
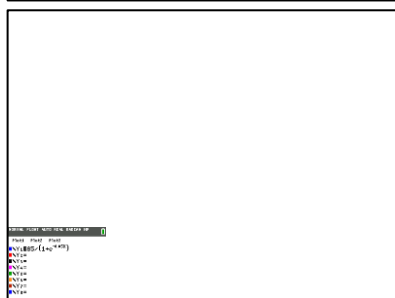
Tendo de repetir no mínimo 3 arestas, EC ; AR e BD .

5.1. Para determinar a área pedida temos de substituir t por 60 s na equação:

$$A(60) = \frac{85}{1 + e^{-0,05 \times 60}} \approx 80,97$$

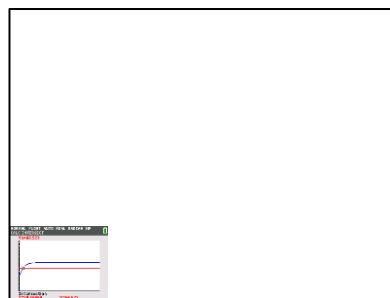
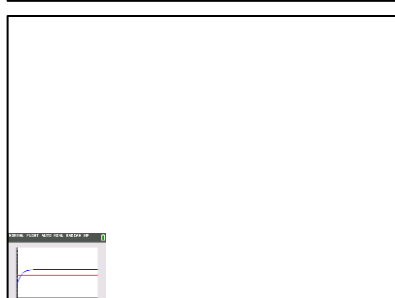
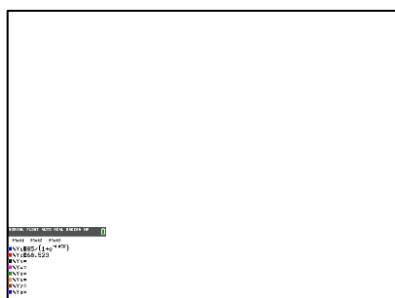
Ou seja, a área é, aproximadamente, 80,97 cm² .

5.2. Para determinar a área ao fim de 3 s vamos ao menu gráfico da calculadora, colocamos a função logística e procuramos o valor da função quando $x = 3$.



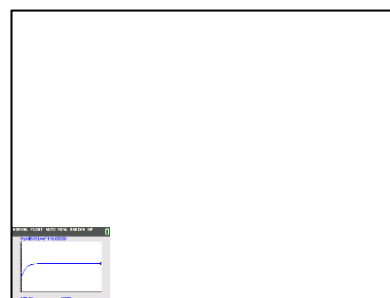
Logo, $A(3) \approx 45,682$, portanto, três meios será: $\frac{3}{2} \times 45,682 \approx 68,523$

Procurando no gráfico o valor de x quando $y = 68,523$, obtém-se:



Logo, $x \approx 29$ s.

5.3. No menu gráfico da calculadora, procuramos o valor de y para o qual a função está estável, por exemplo quando $x = 520$.



Assim, podemos concluir que a área da mancha tende a estabilizar nos 85 cm^2 .

6.1.

Idade \ Gênero	Menos de 18 anos	Entre 18 e 60 anos	Mais de 60 anos	Total
Masculino	25%	15%	15%	55%
Feminino	10%	30%	5%	45%
Total	35%	45%	20%	100%

6.2. Seja M o acontecimento “Ser masculino” e A o acontecimento “Ter menos de 18 anos”.

A probabilidade pedida é:

$$P(M|A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

6.3. Sabe-se que $n = 600$.

Para um nível de confiança de 90%, $z = 1,645$.

$$\hat{p} = 20\% = 0,2$$

O intervalo pedido é:

$$\left[0,2 - 1,645 \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{600}}; 0,2 + 1,645 \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{600}} \right] =]0,17; 0,23[$$