

Teste-modelo de exame 2

Matemática Aplicada às Ciências Sociais – 11.º Ano

Duração: 150 minutos

Nome _____ Turma _____ N.º _____

Na resposta a cada item, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não for pedida aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização.

As respostas aos itens que envolvam o uso da calculadora gráfica devem apresentar, consoante a situação:

- Os gráficos obtidos, a janela de visualização e as coordenadas dos pontos relevantes para a resolução (por exemplo, coordenadas de pontos de interseção de gráficos, máximos ou mínimos).
- As linhas da tabela obtida relevantes para a resolução.
- As listas introduzidas na calculadora para se obterem as estatísticas pedidas (por exemplo, média, desvio-padrão, coeficiente de correlação, declive ou ordenada na origem de uma reta de regressão).

1. Os alunos do agrupamento de escolas de Pinheiro Bravo fizeram decorações diferentes em três árvores de Natal e chamaram-lhes Harmonia, Alegria e Partilha.

1.1 Toda a comunidade escolar foi convidada a votar através do *Facebook*. Cada votante deve ordenar uma única vez as três árvores decoradas de acordo com as suas preferências. A ordenação efetuada por cada elemento da comunidade escolar corresponde a um voto, tendo sido apurados 2452 votos válidos.

Na tabela seguinte estão ordenados os resultados da votação.

	637 votos	825 votos	990 votos
1.ª preferência	Harmonia	Partilha	Alegria
2.ª preferência	Partilha	Alegria	Harmonia
3.ª preferência	Alegria	Harmonia	Partilha

A escolha da árvore mais bonita é feita usando o método seguinte:

- Para que um voto seja considerado válido, cada elemento da comunidade escolar ordena, uma única vez, os temas de acordo com as suas preferências.
- Na ordenação final dos temas, cada primeira preferência recebe tantos pontos quantas as árvores em votação.
- Cada segunda preferência recebe menos um ponto do que a primeira e assim sucessivamente, recebendo a última preferência um ponto.
- É escolhida a árvore com o maior número de pontos.

1.1.1 Determine, aplicando o método acima descrito, qual foi a árvore vencedora desta votação.

1.1.2 Se a árvore Harmonia fosse desclassificada por ter tido a participação, na sua decoração, de pessoas exteriores à comunidade escolar, será que o resultado se mantinha? Para responder a esta questão, aplique o método de escolha acima descrito excluindo a árvore Harmonia, supondo que não se alteram o número de votos nem a ordem de cada uma das preferências.

- 1.2** A tabela seguinte indica o número de alunos do agrupamento que participou na decoração de cada uma das árvores de Natal.

	Grupo Harmonia	Grupo Alegria	Grupo Partilha
Número de alunos	90	70	110

A direção do agrupamento vai escolher uma comissão de 18 destes alunos que vão acompanhar estas árvores à sede do concelho, onde ficarão em exposição juntamente com todas as outras árvores decoradas por outros agrupamentos de escolas do concelho.

Os 12 elementos que irão integrar essa comissão serão escolhidos usando o método seguinte:

- Calcula-se o divisor-padrão, dividindo o número total de alunos pelo número total de lugares na comissão.
- Calcula-se a quota-padrão para cada um dos grupos, dividindo-se o número de alunos de cada grupo pelo divisor-padrão.
- Atribui-se a cada grupo uma quota arredondada igual ao maior número inteiro menor que a quota-padrão.
- Caso a soma das quotas arredondadas seja igual à soma dos lugares a distribuir na comissão, o método dá-se por finalizado e assume-se que o número de lugares para cada grupo é igual à quota arredondada; caso a soma das quotas arredondadas seja diferente do número de lugares a distribuir, é necessário encontrar um divisor modificado, substituto do divisor-padrão, de modo a calcular a quota-padrão modificada de cada grupo de alunos.
- Repetem-se os três pontos anteriores até se obter a soma das quotas modificadas arredondadas igual ao número de lugares a distribuir.

1.2.1 Mostre que, na primeira aplicação deste método, a soma das quotas arredondadas é diferente do número de lugares na comissão. Apresente os valores dos quocientes arredondados com duas casas decimais.

1.2.2 Determine a distribuição dos 18 lugares na comissão depois de encontrar um divisor modificado. Apresente o divisor modificado com uma casa decimal (se necessário) e as quotas-padrão modificadas arredondadas a três casas decimais.

- 2.** A Rita e a Luísa são primas e têm de dividir entre si três peças de artesanato, uma colcha, uma toalha bordada e uma caixa esculpida em madeira, feitas pela bisavó e com valor sentimental para ambas. Decidem fazer a partilha destes bens usando o método que a seguir se descreve:

- Definir claramente os itens a dividir.
- Cada um dos intervenientes tem 100 pontos para distribuir pelos itens.
- Cada item é atribuído (temporariamente) ao interveniente que mais o valorizou (em caso de empate, é atribuído ao que tiver menos pontos).

- Faz-se um balanço:
 - Se ambos tiverem o mesmo número de pontos, a partilha está feita.
 - Se não tiverem o mesmo número de pontos, o que tiver mais, transfere itens (ou parte) para o outro até igualar o número de pontos.
- Para a transferência, calculam-se os quocientes

$$\frac{\text{Número de pontos atribuídos ao item pelo vencedor inicial}}{\text{Número de pontos atribuídos ao item pelo perdedor inicial}}$$

e colocam-se por ordem decrescente.

- Faz-se a transferência do item a que corresponde o menor quociente e contabilizam-se novamente os pontos.
- Se a transferência total de um item der vantagem à parte que o recebe, terá de se efetuar a transferência apenas de uma percentagem do item, de forma a igualar o número de pontos.

Definidos os itens a dividir (colcha, toalha e caixa), sabe-se que a distribuição dos 100 pontos de cada uma das primas pelos itens foi a seguinte:

	Rita	Luísa
Colcha	25	30
Toalha	45	20
Caixa	30	50

- 2.1 Qual é a atribuição inicial (temporária) dos bens?
- 2.2 Tendo em atenção a atribuição inicial, quantos pontos tem cada uma das primas?
- 2.3 Determine as transferências que são necessárias efetuar para que a Rita e a Luísa fiquem com igual número de pontos. Como será feita a partilha dos bens?
- 2.4 Com quantos pontos fica cada prima no final da partilha? Apresente o resultado com duas casas decimais.

3. Realizou-se a seguinte experiência: um grupo de indivíduos foi sujeito a uma luz intensa que provocou a dilatação das pupilas. De seguida mediu-se o diâmetro das pupilas, a cada 0,5 segundos, à medida que estas dilatavam. Os valores médios dos diâmetros medidos foram registados na tabela seguinte:

Tempo (em segundos)	Diâmetro (em milímetros)
1	4,22
1,5	4,65
2	4,91
2,5	5,20
3	5,29
3,5	5,58
4	5,62
4,5	5,75
5	5,76
5,5	5,93
6	6,02

- 3.1 Qual foi a variação do diâmetro médio das pupilas no período da experiência registado? Apresente o resultado em milímetros com duas casas decimais.
- 3.2 De quanto foi o aumento do diâmetro médio das pupilas no mesmo período? Apresente o resultado em percentagem com três casas decimais.
- 3.3 Recorrendo à calculadora gráfica, encontre um modelo de crescimento logarítmico, de equação $y = a + b \ln x$, que melhor se ajuste aos dados recolhidos nesta experiência. Apresente os valores de a e de b com três casas decimais.
- 3.4 A partir do modelo encontrado no item 3.3*:
- 3.4.1 Faça uma previsão do diâmetro médio das pupilas ao fim de 10 segundos. Apresente o resultado final arredondado às centésimas. Nos cálculos intermédios utilize quatro casas decimais.
- 3.4.2 Ao fim de quanto tempo será previsível que o diâmetro médio das pupilas atinja 7 milímetros? Utilize as capacidades gráficas da calculadora para responder a esta questão. Apresente o resultado final em segundos, arredondados às unidades.

* Se não resolveu o item 3.3, utilize o modelo $y = 4,243 + 0,995 \ln x$ nos itens seguintes.

4. Os alunos do agrupamento de escolas de Pinheiro Bravo vão organizar uma viagem de finalistas.

4.1 Contactaram uma agência de viagens, que lhes apresentou os meios de transporte utilizados na sua agência para aquele tipo de viagens: comboio, avião ou uma combinação dos dois. Sabe-se que naquela agência:

- 85 % dos clientes escolhem a viagem de comboio.
- 35 % dos clientes escolhem a viagem de avião.

Determine a probabilidade de, escolhido ao acaso um dos meios de transporte disponíveis, os alunos terem escolhido apenas um dos dois tipos de transporte.

4.2 Relativamente ao tipo de alojamento e alimentação, os dados da agência revelam que:

- 76% dos clientes escolhem ficar em hotel.
- 61% dos clientes preferem o regime de pensão completa.
- Dos alunos que escolhem ficar em hotel, 60% escolhem pensão completa.

Determine a probabilidade de, escolhido um aluno ao acaso, este não ter escolhido ficar em hotel, sabendo que escolheu pensão completa. Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

4.3 Para angariar dinheiro para a viagem, os alunos realizaram uma venda de rifas. Sabe-se que cada aluno tem 15% de probabilidade de ganhar um prémio.

Determine a probabilidade de, escolhendo três alunos ao acaso, exatamente dois deles ganharem um prémio. Apresente o resultado em percentagem arredondado às centésimas.

4.4 Numa amostra aleatória de 50 malas de viagem que os alunos levam, verificou-se que, em média, pesam 20 quilogramas e o desvio-padrão é de 2 quilogramas.

Determine a margem de erro de um intervalo de confiança de 90% para o peso médio, em quilogramas, das malas dos alunos que participam na viagem. Apresente o resultado arredondado às milésimas.

5. A Associação de Pais do agrupamento de escolas de Pinheiro Bravo ofereceu pacotes de bolachas para os alunos levarem para a viagem de finalistas.

5.1 As bolachas deveriam pesar aproximadamente 10 gramas, mas verificou-se que umas pesam mais do que outras. Escolhendo aleatoriamente uma amostra de bolachas, obtiveram-se os seguintes resultados:

Peso (em gramas)	[9,7; 9,8[[9,8; 9,9[[9,9; 10[[10; 10,1[[10,1; 10,2[
Frequência absoluta acumulada	25	30	45	60	80

Construa uma tabela de frequências em que indique as frequências absolutas simples, as frequências relativas simples e as frequências relativas acumuladas para a variável peso das bolachas.

- 5.2** As bolachas vêm em sacos. Contabilizou-se o número de bolachas, por saco, de uma amostra de 20 sacos obtidos aleatoriamente.

O número de bolachas, por saco, na amostra recolhida encontra-se na tabela que se segue:

Número de bolachas por saco	491	501	515	535	540	555
Número de sacos	1	4	8	2	4	1

Na amostra recolhida, a média do número de bolachas por saco é diferente da média esperada.

Determine, recorrendo à calculadora, o número de bolachas que se deve retirar a cada um dos sacos da amostra de modo que a média do número de bolachas, por saco, na amostra, seja 500, sabendo que se deve retirar o mesmo número de bolachas de cada um dos sacos da amostra.

FIM