

Teste-modelo de exame 1

Matemática Aplicada às Ciências Sociais – 11.º Ano

Duração: 150 minutos

Nome _____ Turma _____ N.º _____

Na resposta a cada item, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não for pedida aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização.

As respostas aos itens que envolvam o uso da calculadora gráfica devem apresentar, consoante a situação:

- Os gráficos obtidos, a janela de visualização e as coordenadas dos pontos relevantes para a resolução (por exemplo, coordenadas de pontos de interseção de gráficos, máximos ou mínimos).
- As linhas da tabela obtida relevantes para a resolução.
- As listas introduzidas na calculadora para se obterem as estatísticas pedidas (por exemplo, média, desvio-padrão, coeficiente de correlação, declive ou ordenada na origem de uma reta de regressão).

1. Na tabela seguinte, encontram-se os resultados da eleição para a assembleia de uma certa freguesia. Os valores indicados correspondem ao número de votos validamente expressos obtidos por cada uma das cinco listas mais votadas nas referidas eleições. Os votos em branco ou nulos não foram considerados como votos validamente expressos.

Listas	A	B	C	D	E
Número de votos	3134	1562	625	554	371

Existem nove mandatos para distribuir, correspondentes ao círculo eleitoral desta freguesia.

- 1.1 Aplique o método de Hondt na distribuição dos nove mandatos pelas cinco listas. Apresente os quocientes do método de Hondt arredondados com duas casas decimais.
- 1.2 Um candidato de uma das cinco listas que concorreu a esta eleição referiu que se a distribuição dos mandatos tivesse sido feita utilizando o método de Sainte-Laguë ou pelo método de Hamilton, a sua lista teria sido beneficiada. Determine a que lista pertence o candidato que fez essa afirmação e se esta é verdadeira.

Segundo o método de Sainte-Laguë, a conversão de votos em mandatos faz-se da forma seguinte:

- Divide-se o número de votos obtidos por cada lista por 1, 3, 5, 7, 9, etc.
- Alinham-se os quocientes, pela ordem decrescente da sua grandeza, numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral em causa.
- Atribuem-se os mandatos às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série.
- No caso de só ficar um mandato por distribuir e de os termos seguintes da série serem iguais e de listas diferentes, o mandato cabe à lista que tiver obtido menor número de votos.

Segundo o método de Hamilton, a distribuição faz-se da forma seguinte:

- Calcula-se o divisor-padrão, dividindo o número total de votos pelo número total de mandatos a distribuir.
- Calcula-se a quota-padrão para cada lista, dividindo o número de votos de cada lista pelo divisor-padrão.
- Atribui-se a cada lista um número de mandatos igual à parte inteira da quota-padrão.
- Caso ainda restem mandatos para atribuir, ordenam-se, por ordem decrescente, as partes decimais das várias quotas-padrão e atribuem-se os mandatos que restam às listas cujas quotas-padrão tenham partes decimais maiores (um para cada lista).
- Na atribuição do último mandato, se houver duas listas com quotas-padrão que apresentem a mesma parte decimal, atribui-se o último lugar à lista com menor número de mandatos.

Na sua resposta deve:

- Aplicar o método de Sainte-Laguë para determinar a distribuição dos nove mandatos. Apresente os quocientes arredondados com uma casa decimal.
- Aplicar o método de Hamilton para determinar a distribuição dos nove mandatos. Apresente os quocientes arredondados com duas casas decimais.
- Concluir acerca da veracidade da afirmação e a que lista pertence o candidato que a proferiu.

2. A Mariana, o Pedro e a Susana são os únicos herdeiros de três bens: um apartamento, um automóvel e o mobiliário do apartamento, que decidiram agrupar num único bem. Para procederem à divisão da herança, decidem utilizar o método das licitações secretas, garantindo assim que, no final, nenhum terá razão para reclamar.

Descreve-se a seguir o procedimento para a aplicação deste método:

- Primeira etapa: Cada herdeiro atribui um valor monetário a cada um dos bens da herança, colocando o registo dos valores das suas licitações dentro de um envelope fechado. No final, são abertos os envelopes e são registados, numa tabela, os valores das licitações de todos os herdeiros.
- Segunda etapa: Determina-se o valor global atribuído, por cada herdeiro, à herança e o valor que cada um considera justo receber, designado por porção justa. A porção justa obtém-se, para cada herdeiro, através da soma das licitações por ele atribuídas.
- Terceira etapa: Cada bem é atribuído ao herdeiro que mais o valoriza, e considera-se que ele recebe o valor que atribui a esse bem. Se um herdeiro não receber qualquer bem, considera-se, para efeitos de cálculo, que o valor dos bens recebidos por ele é zero.
- Quarta etapa: Se o valor dos bens recebidos por um dos herdeiros for superior ou inferior à porção justa por si determinada, então esse herdeiro terá de pagar ou de receber a diferença, respetivamente.
- Quinta etapa (só é aplicada quando existe dinheiro em excesso): O excesso obtém-se subtraindo ao total do valor a pagar o total do valor que os herdeiros têm a receber. Este excesso é distribuído igualmente por todos, uma vez que todos têm partes iguais na herança.

Na tabela que se segue, estão registados os valores, em euros, atribuídos, nas licitações secretas, por cada um dos três herdeiros a cada um dos bens, o que corresponde à primeira etapa:

	Mariana	Pedro	Susana
Apartamento	140 000	120 000	150 000
Automóvel	25 000	35 000	30 000
Mobiliário	18 000	13 000	12 000

Determine a partilha dos três bens, aplicando o método descrito, de forma que nenhum dos três herdeiros tenha razão para ficar insatisfeito.

Na sua resposta, deve:

- Calcular o valor global atribuído à herança por cada herdeiro.
- Determinar a porção justa para cada herdeiro.
- Atribuir os bens aos herdeiros.
- Apurar o valor a pagar ou a receber por cada herdeiro.
- Apurar o excesso, caso exista.
- Dividir o excesso, caso exista, pelos herdeiros.
- Indicar o bem e o valor final a receber, ou a pagar, por cada um dos três herdeiros.

Apresente os resultados finais arredondados aos cêntimos. Nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

3. Numa clínica veterinária, existem várias espécies animais, umas em tratamento, outras em estadia permanente. Uma vez que ter as diferentes espécies em salas separadas condiciona o movimento de consultas, tratamentos, etc., o veterinário decidiu colocar todos os animais na mesma sala, mas adquirir divisórias de modo a manter separadas as espécies incompatíveis. Na tabela seguinte foram registadas as incompatibilidades existentes entre as diferentes espécies:

Espécies	Incompatibilidades
A	G, H
B	C, F, I
C	B, D, G
D	C, G
E	F, H
F	B, E
G	A, C, D
H	A, E
I	B

- 3.1 Represente, por meio de um grafo, os dados da tabela anterior, indicando o significado dos elementos que o constituem, arestas e vértices.
- 3.2 Qual é o número mínimo de divisórias necessárias para que as espécies incompatíveis estejam separadas? Como devem ficar agrupadas?
4. O nível de intensidade sonora, D , mede-se em decibéis, de acordo com o modelo:

$$D = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right), \quad I > 0$$

sendo I a intensidade acústica e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ uma intensidade de referência, correspondente ao limiar de percepção do ouvido humano.

- 4.1 Determine o nível de intensidade sonora no centro de uma cidade, durante o dia, admitindo que a intensidade acústica é $10^{-5,5} \text{ W/m}^2$.
- 4.2 Num bar ou discoteca, o nível de intensidade sonora pode chegar aos 120 decibéis, semelhante ao som de um avião a decolar. Determine a intensidade acústica deste ruído.
- 4.3 Os níveis de intensidade sonora entre 60 e 70 decibéis marcam o início das epidemias de ruído. Com o auxílio da calculadora gráfica, determine entre que valores varia a intensidade acústica para estes níveis de ruído.

Na sua resposta deve:

- Reproduzir o gráfico do modelo que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado, incluindo o referencial.
 - Localizar e indicar as abcissas dos pontos que satisfazem as condições, em notação científica e com arredondamento às centésimas.
 - Responder à pergunta formulada.
5. O Mundo da Bicharada é uma quinta que faz criação de animais.

A Francelina pretende comprar um cão da raça *Spitz Alemão* (ou *Lulu da Pomerânia*) e contactou o responsável da quinta para saber informações acerca do tamanho e da cor dos cães que possuíam. Enviaram-lhe a seguinte tabela:

	Cor		
Tamanho	Branco	Cinza	Laranja
Anão	2	5	4
Médio	3	1	2
Grande	5	2	1

- 5.1 A Francelina foi visitar a quinta e, à partida, queria um cachorro anão ou médio, mas ainda não tinha decidido acerca da cor.

Com base nos dados, calcule a probabilidade, sob a forma de fração irredutível, de a Francelina:

5.1.1 Escolher um *Spitz* branco.

5.1.2 Não escolher um *Spitz* cinza.

- 5.2 A Francelina recebeu também uma tabela com os dados relativos à altura dos 25 cães desta raça que havia na quinta:

Altura (em centímetros)	[18, 22[[22, 26[[26, 30[[30, 34[[34, 38[
Percentagem de cães	20%	24%	28%	16%	12%

Construa uma tabela de frequências em que indique as frequências absolutas simples e acumuladas e as frequências relativas acumuladas para a variável altura dos cães da raça *Spitz Alemão* no Mundo da Bicharada.

- 5.3 O Animais & Companhia, um outro criador de animais, também enviou um estudo idêntico ao do Mundo da Bicharada.

Sabe-se que este criador tem um grande número de cães da raça *Spitz Alemão* e, recolhendo uma amostra de 60 cães bebés, verificou-se que as percentagens relativas a tamanho/cor eram aproximadamente iguais às do Mundo da Bicharada.

Construa um intervalo de confiança de 95% para a proporção de cães da cor cinza, admitindo que a proporção de cães desta cor, na amostra dos 60 cães bebés do Animais & Companhia, é a mesma que se obteve no Mundo da Bicharada.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Apresente os extremos do intervalo com arredondamento às centésimas.

- 5.4 Considere a variável aleatória X para o peso, em quilogramas, de um *Spitz* anão, escolhido ao acaso de entre os *Spitz* nascidos numa determinada semana.

A variável aleatória X segue uma distribuição aproximadamente normal de valor médio igual a 1500 gramas e um desvio-padrão de 200 gramas.

Escolhe-se, aleatoriamente, um *Spitz* anão à nascença.

Determine um valor aproximado para a probabilidade de o *Spitz* apresentar um peso compreendido entre 1100 e 1700 gramas.

Apresente o resultado sob a forma de percentagem, com arredondamento às centésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

FIM